INSTITUT DE FORMATION ET DE RECHERCHE INTERDISCIPLINAIRES EN SCIENCES DE LA SANTÉ ET DE L'ÉDUCATION

(IFRISSE)

Eléments de statistique descriptive

ILBOUDO Wendyam Fulbert
Statisticien démographe

Ce cours est adapté de celui de Ter Tiero Elias DAH MD,PhD

Plan

1. Types de variables
2. Collecte de l'information
3. Description d'une distribution statistique
    1. Présentation de données brutes
    2. Mesures de réduction statistique
    2. Tableaux
    3. Graphiques ou figures

I. Types de variables

Types de variables

Deux types de variables en statistique(1)

- **Qualitative ou catégorielle**
  - Qualifie un objet ou un évènement
  - Les réponses aux questions permettant de recueillir ces variables comportent des catégories ou modalités
  - Les réponses ne sont pas numériques. Cependant lors du codage des modalités de réponses, par souci de commodité et par nécessité informatique, l'on peut précéder chacune d'elle par un nombre entier (valeur numérique) différent.

NB: Pour une variable qualitative, l'écart entre 2 valeurs utilisées pour le codage ne quantifie pas l'écart entre les 2 catégories correspondantes.

Ex: Quel est votre sexe? ▢ Femme ▢ Homme
Quel est l'âge de votre enfant? ▢ 0-3 mois ▢ 4-11 mois ▢ 1-3 ans ▢ 4-10 ans
Quel(s) signe(s) aviez-vous? ▢ 1.Fièvre ▢ 2.Céphalées ▢ 3.Sueurs ▢ 4.Autres (Préciser)

Types de variables

Deux types de variables en statistique (2)

- **Quantitative ou numérique**
  - Représente la mesure d'une quantité
  - Prend des valeurs numériques qui ont une signification concrète (ex. la taille, le poids…)
  - Un calcul mathématique (somme, moyenne) peut être réalisé à partir des réponses d'un groupe de sujets.
  - Les questions introduites par l'adverbe "combien" recueille des variables quantitatives.

NB: L'écart entre 2 valeurs d'une variable quantitative est interpretable et peut être comparé avec 2 autres valeurs.

Ex. Pour une taille, l'écart entre 1,60 m et 1,65 m est le même qu'entre 1,63 m et 1,68.

Exemple:

Question	Information recueillie	Variable	Valeurs prises ou modalités
Combien d'enfants avez-vous?	Nb d'enfants/personne	Nombre d'enfant	1, 2, 3, ….n
Combien pesez-vous?	Poids du sujet	Poids en kg	20 < k < 125
Quel est votre PAS	Pression artérielle systolique/ personne	PAS (mm Hg)	

Variables qualitatives

Deux types

- **Les variables qualitatives ordinales**

Les modalités de réponses sont ordonnées selon un ordre logique.

Exemple:

- Niveau de satisfaction vis à vis du cours de biostatistique : très satisfait, satisfait, moyennement satisfait, pas du tout satisfait, sans opinion.
- Le stade de classification OMS de l'infection par le VIH (codé de 1 à 4). Attention, ce codage ne doit pas être confondu avec une réponse numérique.

- **Les variables qualitatives nominales**

Les catégories ne sont pas ordonnées. Elles nomment un objet, un évènement ou une chose.

Exemple:

- La profession des personnes entrant aux urgences médicales du CHUR de Ouahigouya. Les modalités (ou catégories) possibles de réponses peuvent être: agriculteur, fonctionnaire, étudiant, sans emploi fixe…

NB: La **variable qualitative binaire ou dichotomique** n'admet que 2 modalités de réponses, habituellement codées **1** et **0**. Elle est à première vue un cas particulier de variable qualitative nominale. Cependant, elle est peut être considérée d'ordinale si l'on admet que la modalité codée 1 est plus grande que celle codée 0; voire être considérée de variable quantitative discrète si l'on décrète que la distance entre les 2 valeurs possibles est égale à 1.

Ex: Sexe: 0= homme; 1= femme. Infection par le Sars-CoV-2: 1= oui; 2=non;

Variables quantitatives (1)

Deux types

- **Les variables quantitatives discrètes**

Elles ont un nombre fini ou dénombrable (que l'on peut énumérer) de valeurs possibles. Ces valeurs sont distinctes et séparées, aucune valeur intermédiaire n'est possible.

Exemple:

- Le nombre d'enfants dans une famille. Le nombre de patients qui consultent dans le service de cardiologie par jour.

NB: La distinction entre certaines variables quantitatives discrètes et les variables ordinales ne sont pas toujours évidentes (Ex: nombre d'enfants et stade d'un cancer codé 1,2,3,4). Pour les distinguer, l'on peut faire un test simple. Pour une variable catégorielle ordinale, chaque différence entre les catégories ne signifie pas la même chose. En revanche, pour une variable quantitative discrète, chaque différence entre deux catégories successives a toujours la même signification sur toute l'étendue des valeurs.
Ex: Pour la variable « stade de cancer », on ne peut pas dire que le stade 2 est deux fois plus grave que le stade 1 ; c'est donc une variable catégorielle ordinale. Pour la variable « nombre d'enfants », on peut dire que deux enfants, c'est deux fois plus que un, et que trois enfants c'est trois fois plus que un ; c'est donc une variable quantitative discrète.

Variables quantitatives (2)

Deux types

- **Les variables quantitatives continues**

Elles peuvent prendre un nombre infini de valeurs entre deux bornes définies par la valeur minimale et la valeur maximale. Il s'agit de toutes les valeurs qui mesurent des quantités ou grandeurs physiques (poids, taille, dosages biologique…).

Souvent l'information exacte ne peut pas être retranscrite car les instruments de mesure arrondissent l'information à un certain niveau de précision.
Par exemple, si la mesure du poids se fait au moyen d'un pèse-personne, cette information est souvent arrondie aux centaines de grammes près. Finalement, on regroupe les mesures d'individus par paquets de cent grammes. Les sujets qui ont un poids compris entre 65,050 kg et 65,150 kg, par exemple, obtiennent une valeur de 65,100 kg sur le pèse-personne et c'est cette valeur que l'on retient. On dit alors que l'on **discrétise** la mesure. De même une information telle que l'âge est souvent recueillie sous la forme d'une variable discrète avec comme unité l'année (22, 23, 24 ans, etc.).

Il est donc assez évident que toute variable, que l'on peut recueillir sous un format de variable continue, peut aussi être recueillie sous un format de variable discrète, cela entraînant une perte d'information.

Différents types de variables et quelques exemples

Variables qualitatives	Variables quantitatives
Ordinales • Niveau d'études • Stade de gravité d'une pathologie	Discrètes • Nombre d'enfants d'une famille • Age en années
Nominales • Groupe sanguin /Rhésus • Profession	Continues • Poids • Dosages biologiques
Binaire • Sexe • Malades/Non malades	

Terminologie

- **Un indicateur** est une mesure utilisée au niveau de la population pour décrire la proportion d'un groupe qui tombe en dessous d'une valeur seuil. Le terme d'**indicateur** se réfère à l'utilisation ou l'application d'indices

- **La population :** l'ensemble sur lequel portent les observations statistiques s'appelle « *ensemble statistique* » ou « *population statistique* ». Chaque élément de la population statistique est un *individu* ou une *unité statistique*. Les propriétés des unités statistiques sont appelées des *caractères ou variables*. *

- **La population** doit être définie avec précision afin que l'ensemble considéré soit déterminé sans ambiguïté de sorte qu'un individu quelconque puisse y être affecté sans incertitude. Par exemple, la population du Mali au 1er janvier 2014 : il faut indiquer si les étrangers vivant au Mali sont pris en compte ou pas, et préciser aussi comment sont comptabilisés les maliens vivant à l'étranger.

- **Caractère(s)** : caractéristique(s) de l'individu intégrant la population étudiée. Exemple : la couleur, le sexe, le poids, la taille, la marque, le modèle, l'espèce, le prix, la surface, etc.

- **Unité statistique** (ou individu) : élément de base constitutif de la population à laquelle il appartient. Il est indivisible et peut être un animal, un végétal, un humain ou un objet. Exemples : une automobile, un logement, une vache, une ampoule, une ville, etc.

Collecte de l'information

- L'opération technique qui consiste à élaborer les statistiques porte le nom général d'**enquête**. Selon la manière dont on mène l'enquête, celle-ci prendra des noms différents.

- Le **recensement ou enquête exhaustive**, est une opération coûteuse et demandant une organisation structurée. Le mot est connu du grand public notamment à travers le Recensement Général de la Population et de l'Habitation (RGPH) réalisé par l'INSD au Burkina Faso. Le recensement consiste à chiffrer, ou du moins à coder les données pour chaque individu de la population enquêtée, sur tel ou tel aspect de sa constitution (sexe, âge, état matrimonial, profession, etc.).

- Les **sondages ou enquêtes partielles** permettent d'obtenir des renseignements sur une population (ou sur un quelconque ensemble d'éléments homogènes), sans avoir besoin d'en interroger tous ses membres. On ne prend en compte *qu'un sous-ensemble aussi « représentatif »* que possible de cette population, appelé **échantillon**.

Collecte de l’information

- La qualité de l’enquête sera dépendante dans une large mesure du choix de cet échantillon. Deux grands types de méthodes viennent au secours du statisticien dans ce choix :

- La méthode empirique **des quotas** présuppose que l’on connaisse les principaux caractères de cette « population mère » que l’on va étudier (par recours à des statistiques antérieures par exemple) et se base sur le fait que ses principaux caractères sont dépendants les uns des autres.

- Ainsi, l’enquêteur, sur le terrain, est contraint de respecter dans l’échantillon les mêmes proportions (ou quotas) que les caractéristiques détiennent dans la population mère.

Collecte de l'information

- La méthode de **sondage probabiliste** est fondée sur la notion d'estimation. L'échantillon est choisi de façon aléatoire (« au hasard »).
- Ce hasard a une dimension rigoureuse ici, qui n'apparaît pas dans le langage courant : il signifie que **chaque élément de l'ensemble possède une probabilité connue (non nulle) de faire partie de l'échantillon**.

- Ainsi, par exemple, une association privée de consommateurs qui interrogerait 100 personnes à la sortie d'un grand magasin ne ferait pas un choix « au hasard ».
- En effet, selon l'emplacement du magasin, son image de marque, selon le jour et l'heure de l'enquête, il n'est pas dit qu'elle obtienne un échantillon réellement représentatif de l'ensemble des catégories de consommateurs… bien au contraire !

- La méthode suppose donc que l'on possède à l'avance la liste complète de la population à étudier (fichier ou base de sondage), dans laquelle on va *tirer* l'échantillon, selon divers procédés, et contrôler à tout moment les risques d'erreur (mesure d'intervalles de confiance, en calcul des probabilités

Collecte de l’information

- Ces procédés de détermination sont : l’usage des tables de nombres aléatoires, les tirages systématiques, la stratification, les tirages par grappes, les tirages à plusieurs degrés, etc…

- Quand l’échantillon n’est pas représentatif, on dit qu’il est **biaisé**. De manière générale, on introduit un « biais » dans une statistique quand on fait une erreur systématique à la base de la collecte de l’information.

II. Description d’une distribution statistique

II.1. Données brutes

Présentation de données brutes

Il s'agit de présenter l'ensemble ou une partie des variables et des effectifs correspondants. La présentation est le plus souvent pour la personne chargée de l'analyse des données. Elle permet d'avoir une idée globale des données recueillies et leur qualité. Ceci constitue rarement la seule forme de présentation des données statistiques, mais plutôt une première étape.

- Exemples

N° patient	Sexe	Age (ans)	Poids (kg)	Diabète
1	F	69	75	O
2	F	75	58	N
3	M	60	88	O
4	F	72	70	O
5	M	69	68	N
6	F	71	63	N
7	M	71	75	N
8	M	73	72	N
9	F	77	60	N
10	F	68	56	N

– Ages des sujets (ans) : 69, 75, 60, 72, 69, 71, 71, 73, 77,68.

II.2. Réduction ou résumé des données

Mesures (ou statistiques) de description

2 types de paramètres permettent de résumer la distribution d'une variable en fonctions des valeur observées. Ils sont fonction du type de variable.

Paramètres de position ou de tendance centrale

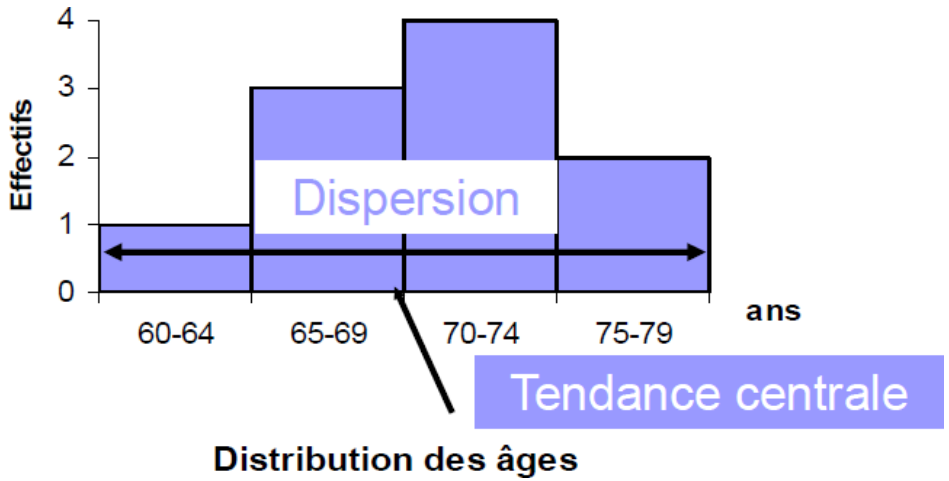
= valeur unique qui résume une série de données

- Pour une variable quantitative
  - Mode
  - Médiane
  - Moyenne
- Pour une variable qualitative
  - Fréquence

Paramètres de dispersion

= valeurs qui informent sur la variation autour de la tendance centrale

- Pour une variable quantitative
  - Etendue
  - Variance/ Ecart-type
  - Percentiles
- Pour une variable qualitative
  - Intervalle de confiance



Distribution des âges

Tendance centrale

Mode (1)

On appelle **mode** la valeur prise le plus fréquemment par la variable, ayant donc le plus grand effectif (ce terme est inspiré du mot « la mode » caractérisant la valeur la plus « en vogue »).

Si plusieurs valeurs de la variable ont l'effectif maximal, on dit que la distribution est **plurimodale**. On parle de distribution **bimodale** si elle possède deux modes.

Si la variable est continue, on appelle **classe modale** la classe ayant le plus grand effectif. Cependant pour que cela ait un sens, il est nécessaire que toutes les classes soient de même amplitude.

Exemple

Durant une enquête réalisée auprès de 200 familles, on recueille l'information de la superficie de leur logement ainsi que le nombre de voitures possédées par chaque famille.
La variable « nombre de voitures » est une variable quantitative discrète, tandis que la variable «superficie du logement » est quantitative continue. Les résultats suivants sont relevés :

Tendance centrale

Mode (2)

Répartition des 200 familles selon le nombre de voitures

Nombre de voitures	Effectifs
0	20
1	100
2	67
3	10
Au moins 4	3

Le mode de la variable « nombre de voitures » est la valeur 1 car il s'agit du nombre de voitures le plus fréquent parmi les 200 familles.

Répartition des 200 familles selon la superficie du logement

Superficie de logements (m^2)	Effectifs
[20 ; 50[	15
[50 ; 80[	50
[80 ; 110[	88
[110 ; 140[	35
Au moins 140	15

La classe modale est [80 ; 110[

Tendance centrale

Médiane (1)

C'est la valeur de la variable qui divise en 2 parties égales une série ordonnées de valeurs

- Les valeurs observées sont ordonnées
- 50% des valeurs sont inférieures à la médiane et 50% sont supérieures

Méthode de détermination

1)Il faut ordonner les N valeurs de la plus petite à la plus grande, la plus petite valeur aura le rang 1 et la plus grande le rang N.

2)-Si l'effectif total N est un nombre impair on peut écrire que **N=2*k+1**, la valeur de l'observation ayant le rang (k+1) représente la **médiane.**

- Si l'effectif total est un nombre pair on peut écrire que N=2*k, la valeur de la médiane est donc comprise entre la valeur de l'observation ayant le rang k et la valeur de l'observation ayant le rang (k+1),

a)soit les valeurs des observations de rang k et de rang (k+1) sont identiques et alors la médiane est égale à cette valeur,

b)soit les deux valeurs sont différentes et alors on indique **l'intervalle médian,** défini par **[valeur de l'observation k ; valeur de l'observation (k+1)[**

Tendance centrale

Médiane (2)

Exemples

1)Les notes (sur 20) à un devoir de français d'une classe de 20 élèves âgés de 10 ans sont les suivantes :
5, 6, 6, 8, 9, 9, 9,10, 11, 12, 12, 12, 12, 13, 13, 14, 15, 17, 18, 19.
L'effectif total 20, est un nombre pair, la médiane est donc comprise dans l'intervalle formé par la 10ème et la 11ème valeur, c'est à dire ici la valeur 12 et la valeur 12, la médiane est donc égale à 12.

2)Pour définir la médiane de la variable « nombre de voitures » de l'enquête réalisée auprès de 200 familles, on peut utiliser le tableau obtenu précédemment et ajouter une colonne représentant les effectifs cumulés. La valeur représentant la médiane est comprise entre la valeur du 100ème sujet et du 101ème sujet.

Répartition des 200 familles selon leur nombre de voitures et effectifs cumulés

Nombre de voitures	Effectifs	Effectifs cumulés
0	20	20
1	100	120
2	67	187
3	10	197
Au moins 4	3	200

Les sujets classés 21ème à 120ème ont la valeur 1 pour la variable « nombre de voitures », donc la médiane a pour valeur 1 car le 100ème sujet a la valeur 1.

Tendance centrale

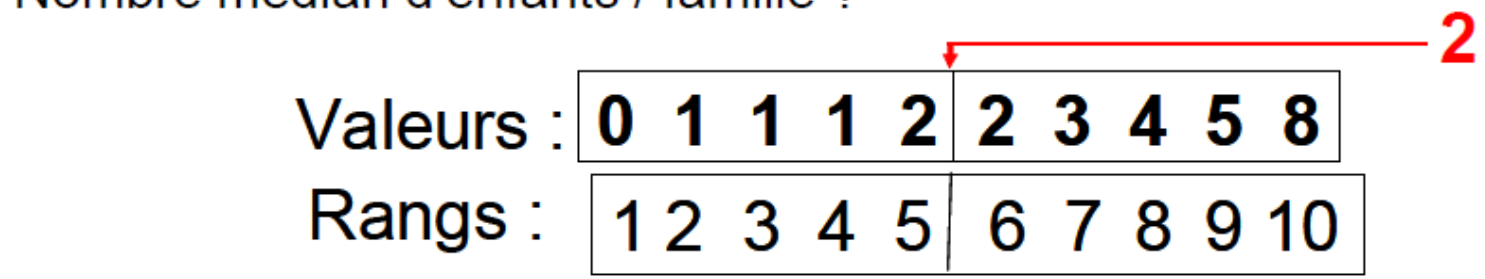
Médiane (3)

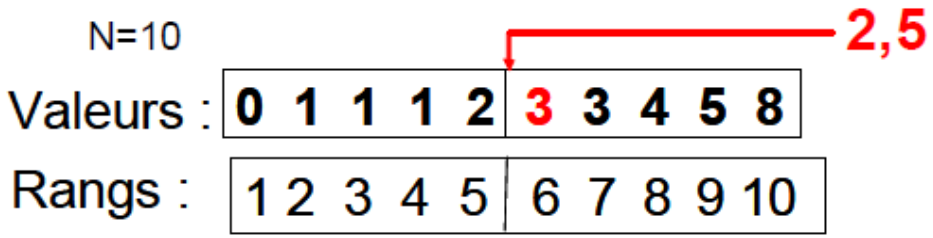
Exemples

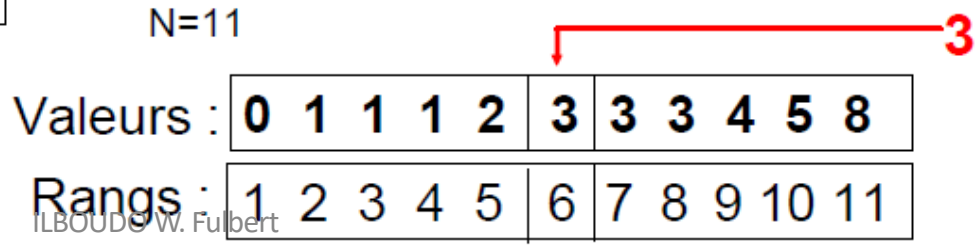
- Nombre d'enfants dans chacune des 10 familles

2, 8, 1, 1, 4, 5, 2, 3, 0, 1

Nombre médian d'enfants / famille ?







Médiane (4)

Méthode de détermination de la médiane lorsque les N valeurs ne sont connues que par leur appartenance à un intervalle

Si la médiane appartient à un intervalle [a, b[alors on peut conclure que l'intervalle médian est égal à l'intervalle [a ; b[

ou estimer la médiane, en supposant une répartition à l'intérieur d'une classe linéaire et en utilisant une méthode d'***interpolation linéaire (formule hors programme)***

Tendance centrale

Moyenne (1)

Soit X une variable aléatoire, on note $\overline{X}$ la moyenne arithmétique obtenue par le calcul suivant :

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$ moyenne arithmétique simple (N le nombre de sujets).

ou $$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{K} n_i x_i}{N}$$ moyenne arithmétique pondérée (k le nombre de classes).

N= nombre d'observations
Xi = valeur de l'observation i
i allant de 1 à N

= somme des valeurs observées
divisée par le nombre d'observations

Tendance centrale

Moyenne (2)

Exemples

1) Les notes (sur 20) à un devoir de français d'une classe de 20 élèves âgés de 10 ans sont les suivantes : 5, 6, 6, 8, 9, 9, 9,10, 11, 12, 12, 12, 12, 13, 13, 14, 15, 17, 18, 19.

La moyenne arithmétique est égale à

2) Ex : Nombre d'enfants par famille dans un échantillon de 10 familles

2, 8, 1, 1, 4, 5, 2, 3, 0, 1

nombre moyen d'enfants par famille ?

Tendance centrale

Moyenne (2)

Exemples

1) Les notes (sur 20) à un devoir de français d'une classe de 20 élèves âgés de 10 ans sont les suivantes : 5, 6, 6, 8, 9, 9, 9,10, 11, 12, 12, 12, 12, 13, 13, 14, 15, 17, 18, 19.

La moyenne arithmétique est égale à

$$\frac{5+6+6+8+9+9+9+10+11+\ldots+17+18+19}{20}=11{,}5$$

2) Ex : Nombre d'enfants par famille dans un échantillon de 10 familles

2, 8, 1, 1, 4, 5, 2, 3, 0, 1

nombre moyen d'enfants par famille ? **27 / 10 = 2,7**

Tendance centrale

Moyenne (3)

Exemples

3) Nombre moyen de voitures des 200 familles enquêtées : Moyenne pondérée

Répartition des 200 familles selon leur nombre de voitures

Nombre de voitures	Effectifs
0	20
1	100
2	67
3	10
Au moins 4	3

La dernière classe comptabilise le nombre de familles ayant plus de quatre voitures mais ne précise pas le nombre exact de voitures, il est donc nécessaire de faire un choix pour estimer le nombre moyen. Nous pouvons prendre par exemple la décision de considérer que les 3 familles ont 4 voitures, sous cette condition le nombre moyen de voitures par famille est égal à :

(20*0+100*1+67*2+10*3+3*4)/200 = 1,38

Tendance centrale

Moyenne (3)

Exemples

3) Nombre moyen de voitures des 200 familles enquêtées : Moyenne pondérée

Répartition des 200 familles selon leur nombre de voitures

Nombre de voitures	Effectifs
0	20
1	100
2	67
3	10
Au moins 4	3

La dernière classe comptabilise le nombre de familles ayant plus de quatre voitures mais ne précise pas le nombre exact de voitures, il est donc nécessaire de faire un choix pour estimer le nombre moyen. Nous pouvons prendre par exemple la décision de considérer que les 3 familles ont 4 voitures, sous cette condition le nombre moyen de voitures par famille est égal à :

(20*0+100*1+67*2+10*3+3*4)/200 = 1,38

Tendance centrale

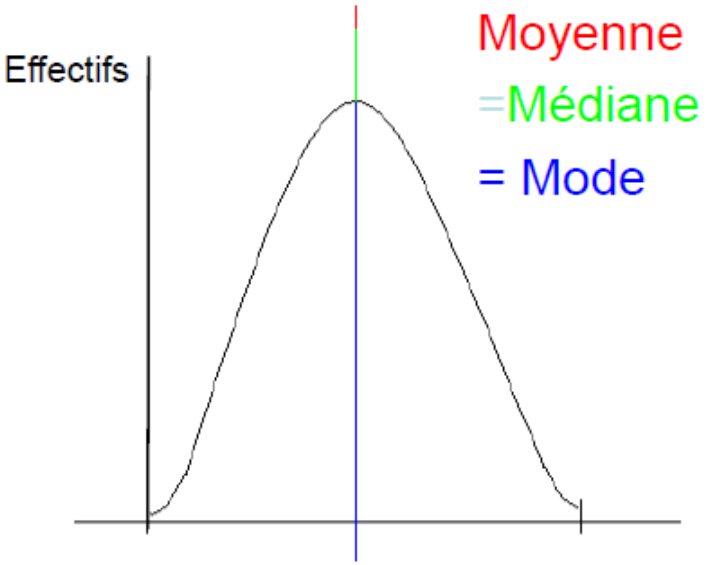
Quel est le paramètre le plus représentatif des données ?

Ex : Nombre d'enfants dans 10 familles

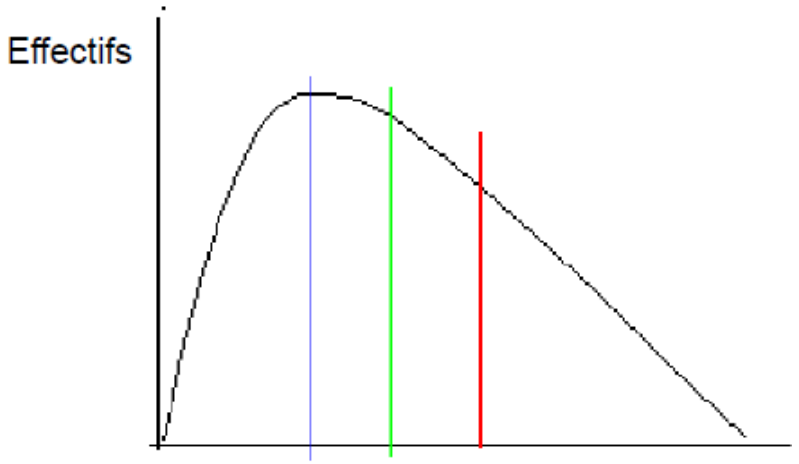
0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 8

moyenne = 2,7
médiane = 2 **?**
mode = 1

Distribution symétrique (gaussienne, normale)



Distribution asymétrique



Avantages/inconvénients des mesures de tendance centrale des variables quantitatives

Avantages	Inconvénients
Moyenne ▪ Facile à calculer ▪ Paramètre connu et répandu, facilement interprétable	▪ Très influencée par les valeurs extrêmes ▪ Représente mal les valeurs d'une population hétérogène (par exemple bimodale) ou fortement asymétrique
Médiane ▪ Peu influencée par les valeurs extrêmes ▪ Bon indicateur pour des variables asymétriques	▪ Plus compliquée à définir (ou calculer) manuellement ▪ Ne tient pas compte de l'ensemble des données
Mode ▪ Non influencé par les valeurs extrêmes ▪ Permet de présenter des populations hétérogènes qui présentent plusieurs valeurs dominantes	▪ Compliqué à définir manuellement si N est grand ▪ Varie avec la largeur des classes

Tendance centrale

Fréquence d'une catégorie

Valable pour les variables qualitatives

$$\text{fréquence} = \frac{n}{N}$$

n ← Effectif de la catégorie

N ← Effectif de la population d'étude

Exemples:

1)La promotion des 6ème A de Médecine de Ouahigouya compte 4 femmes et 25 hommes.
La fréquence des femmes est: 4/(4+25) = 0,1379 ou 13,8%

2)Parmi les 255 personnes dépistées pour la Covid-19 aux urgences du CHUR de Ouahigouya, 52 étaient des fonctionnaires, 37 des étudiants, 89 des agriculteurs et 77 des commerçants.
La répartition des dépistés pour la Covid-19 selon leur profession est:

	n	%
Profession		
Agriculteur	89	34,9%
Commerçant	77	30,2%
Fonctionnaire	52	20,4%
Etudiant	37	14,5%

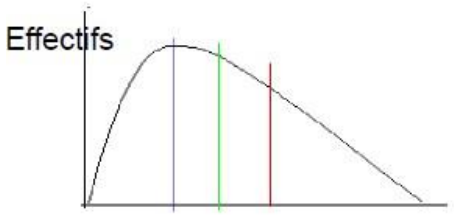
Fréquences

Attention! La somme des fréquences de toutes les catégories = 1 ou 100%

Dispersion

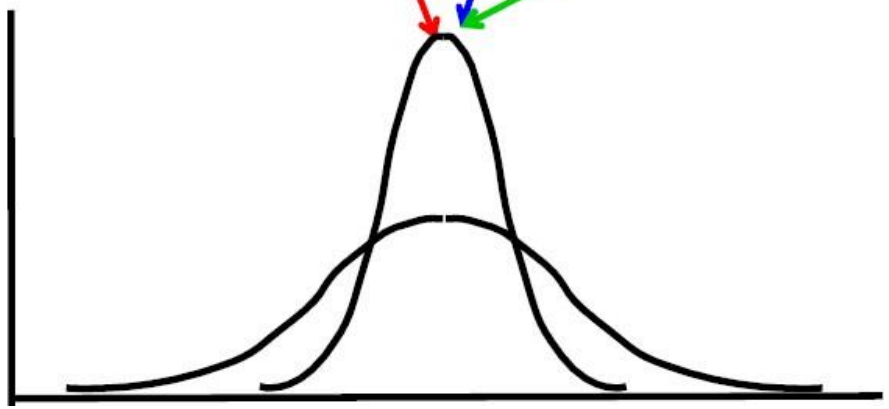
Deux séries peuvent avoir la même moyenne arithmétique et pourtant avoir des dispersions très différentes. Il est donc nécessaire de compléter les informations des caractéristiques centrales par les caractéristiques de dispersion.

Distribution asymétrique



Distribution symétrique (gaussienne, normale)

superposition mode médiane moyenne



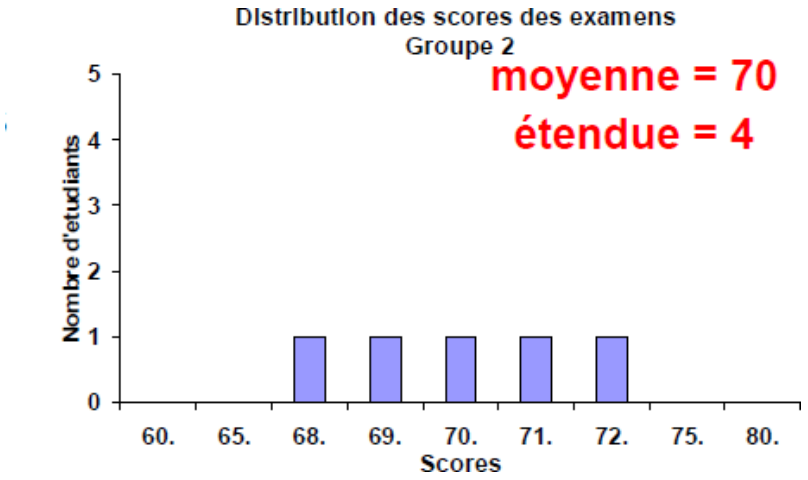
Tendance centrale identique
MAIS
distribution différente

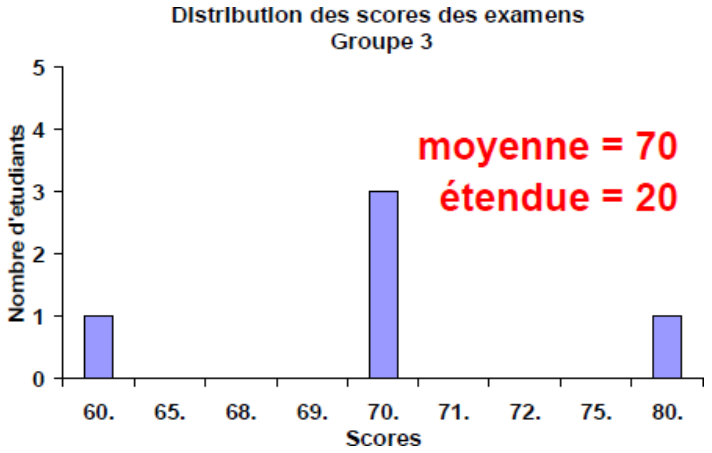
Dispersion

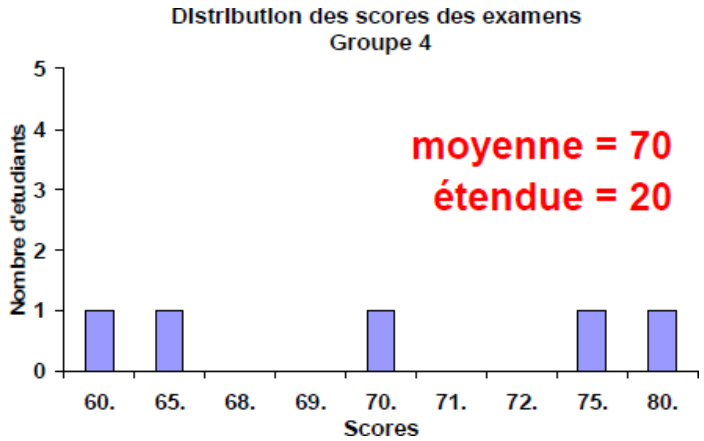
Etendue

Différence entre la valeur la plus élevée et la valeur la plus petite. Au lieu de donner la mesure de l'étendue il est en réalité plus pertinent de donner la valeur minimale et la valeur maximale.

Un inconvénient de cette mesure est qu'elle ne considère que les extrémités.







Dispersion

Variance/ Ecart-type (1)

- La variance (σ^2) exprime la dispersion des observations autour de la moyenne. Elle tient compte de toutes les observations. Par définition, l'écart moyen par rapport a la moyenne est nul
- Elle est la somme des distances élevées au carré entre les valeurs et leur moyenne. Cette mesure n'ayant pas la même unité que les données, on utilise la racine carrée de celle-ci qui est appelée écart-type.
  - **Variance = moyenne des carrés des écarts à la cette moyenne**
  - **Ecart-type = racine carrée de la variance**

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2}{N}$$

σ^2 = variance

x_i= valeur de l'observation i
i allant de 1 à N

μ = moyenne

N= nombre total d'observations

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - m)^2}{n - 1}$$

← Pour un échantillon

Dispersion

Variance/ Ecart-type (2)

- Une autre écriture de la formule

variance simple (données brutes)

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{X})^2$$

variance pondérée (données regroupées en k classes) $\sigma^2 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{k} n_i \cdot (x_i - \overline{X})^2$

l'écart-type simple $\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{X})^2}$

l'écart-type pondéré $\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{k} n_i \cdot (x_i - \overline{X})^2}$

N = nombre d'observations

Xi = valeur de l'observation i

i allant de 1 à N

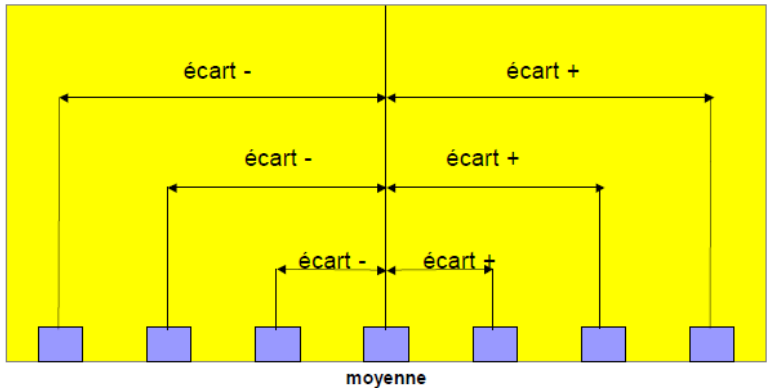
n_i= effectif correspondant à la valeur de l'observation

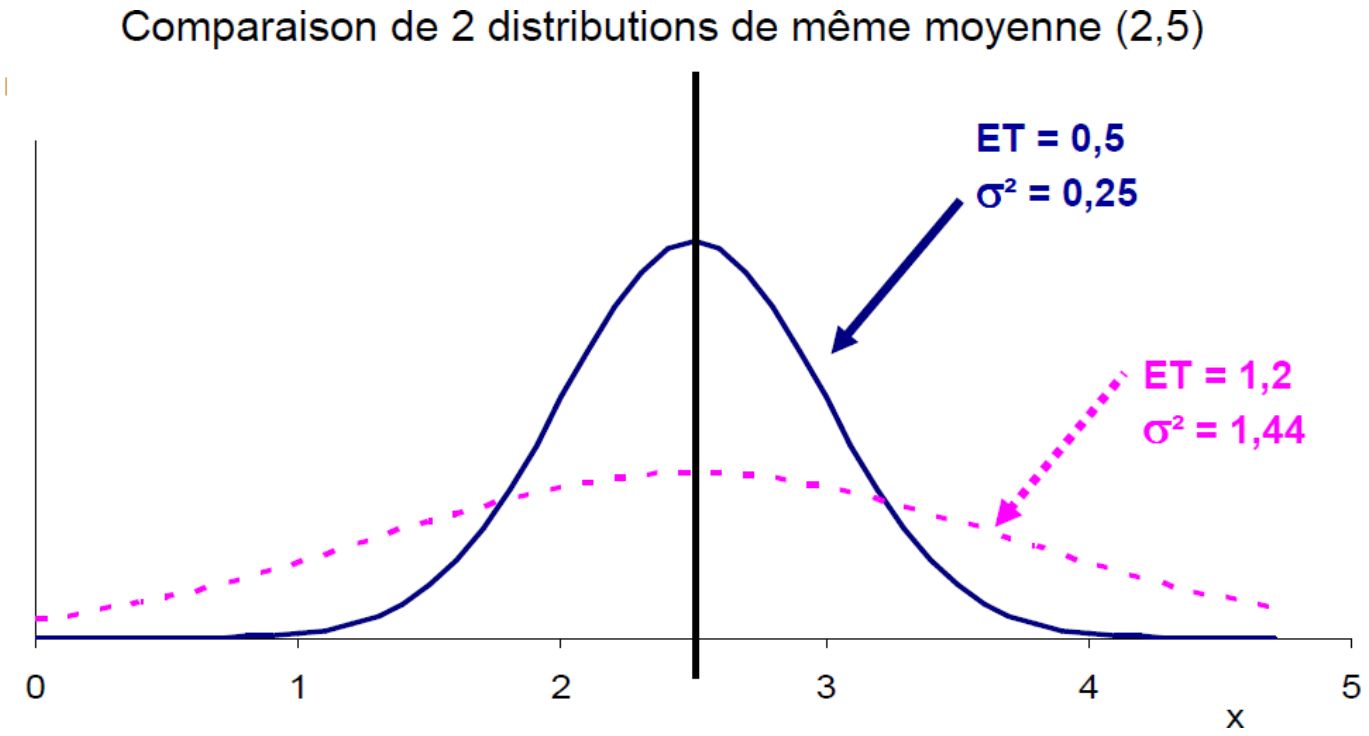
$\overline{X}$ = moyenne

Variance/ Ecart-type (3)

Exemples d'illustrations

- Par définition, l'écart moyen par rapport à la moyenne est nul





Variance/ Ecart-type (4)

Exemples

Les notes (sur 20) à un devoir de français d'une classe de 20 élèves âgés de 10 ans sont les suivants :
5 – 6 – 6 – 8 – 9 – 9 – 9 – 10 – 11 – 12 – 12 – 12 – 12 – 13 – 13 – 14 – 15 – 17 -18 – 19

La valeur de la variance de la note est égale à :

$((5-11,5)^2 + 2*(6-11,5)^2 + \ldots + (19-11,5)^2)/20 = 14,45$

Variance/ Ecart-type (4)

Exemples

Les notes (sur 20) à un devoir de français d'une classe de 20 élèves âgés de 10 ans sont les suivants :
5 – 6 – 6 – 8 – 9 – 9 – 9 – 10 – 11 – 12 – 12 – 12 – 12 – 13 – 13 – 14 – 15 – 17 -18 – 19

La valeur de la variance de la valeur de la note est égale à :

$((5-11,5)^2 + 2*(6-11,5)^2 + \ldots + (19-11,5)^2)/20 = 14,45$

Dispersion

Percentiles

- Valeurs pour lesquelles un certain pourcentage de donnée a une valeur inférieure.
- N^{ième} percentile : valeur en dessous de laquelle se situent n % des observations
- Percentiles les plus utilisés
  - **Quartiles**
    - Définition : valeur qui divise la population d'étude en **4 parties égales**
    - Q1 = 25%, Q2 = 50%, Q3= 75%
  - **Terciles**
    - Définition : valeur qui divise la population d'étude en **3 parties égales**
    - T1 = 33%, T2 = 66%
  - **Déciles**
    - Définition : valeur qui divise la population d'étude en **10 parties égales**
    - D1= 10%, D2= 20%, …..

NB: La description en percentiles offre une bonne visibilité de la répartition des données

Dispersion

Quartiles

- Premier quartile (Q1) ou 25ième percentile
  - 25% de la population a une valeur de la variable inférieure à celle-ci
  - Calcul: si le 25ème percentile appartient à un intervalle [a, b[:

$$a + \frac{(b-a)}{n} * (\frac{N}{4} - \sum_{x_{i+1}<a} n_{[x_i;x_{i+1}]})$$

- Deuxième quartile (Q2) = médiane; (déjà vu)

- Troisième quartile (Q3) ou 75ième percentile
  - 75% de la population a une valeur de la variable inférieure à cell
  - Calcul: si le 25ème percentile appartient à un intervalle [a, b[:

$$a + \frac{(b-a)}{n} * (\frac{3*N}{4} - \sum_{x_{i+1}<a} n_{[x_i;x_{i+1}]})$$

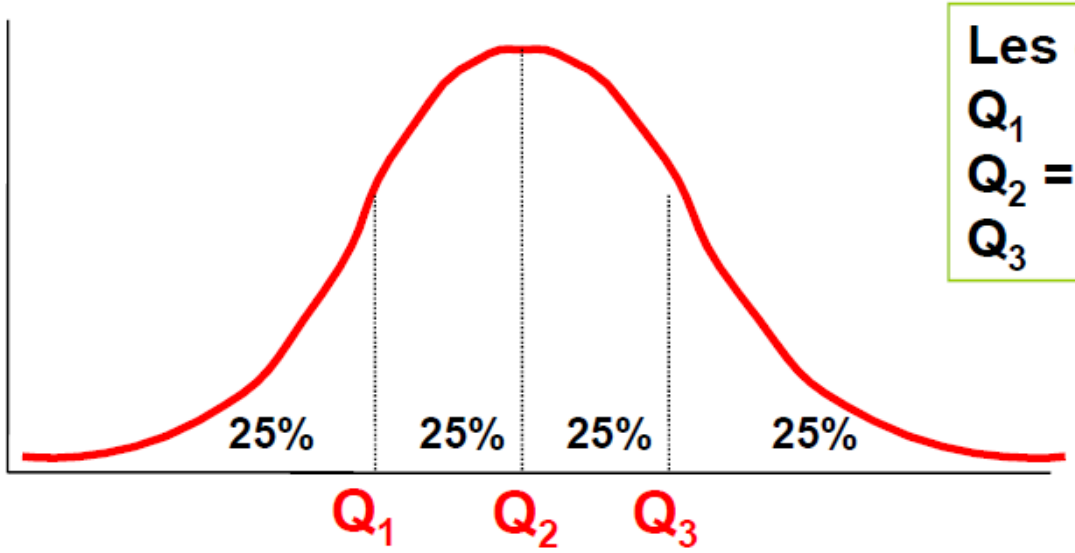
- Intervalle inter-quartile
  - Compris entre Q1 et Q3
  - Correspond à l'intervalle à l'intérieur duquel se situent 50% des données centrales.

Dispersion

Percentiles

La distribution peut être découpée en 4 groupes

→ quartiles



Les quartiles :
Q_1
Q_2 = médiane
Q_3

$Q_3 - Q_1$ = intervalle inter quartiles

Dispersion

Intervalle de confiance à 95% d'une fréquence

- Renseigne sur la dispersion des observations autour d'une fréquence
- Son calcul obéit à la même logique que celui de celui d'une moyenne

$$\text{Ecart type d'un pourcentage } \sigma_P \approx \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}$$

Intervalle de confiance d'un pourcentage à 95%

$$f - 2\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} < P < f + 2\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}$$

n : taille de l'échantillon

f : fréquence dans l'échantillon

2 : approximation de 1,96 =$U_{(0,05)}$

II.3. Tableaux

Tableaux

Pourquoi?

- La rédaction des effectifs ou des fréquences obtenus pour chaque modalité, présentée en texte est souvent longue et peu lisible
- Le tableau permet une **présentation complète et précise des données**
- Il doit toujours être accompagné d'un **titre informatif**, c'est à dire donnant suffisamment d'informations sur le groupe étudié, le lieu et la période de l'étude
- Par convention ce titre doit être **placé au-dessus du tableau**

Répartition selon le sexe des 402 sujets âgés de plus de 18 ans ayant participé à l'enquête « hypertension artérielle » du 19 au 21 avril 1999 à l'Ile Maurice

Sexe	Effectif	Fréquence en pourcentage
Femmes	241	60
Hommes	161	40
Total	402	100

Tableaux

Règles générales de présentation

- Un bandeau de titre pour indiquer la nature des informations figurant dans les colonnes,
- Ce bandeau a un trait horizontal au-dessus et au-dessous. La tête de colonne permet d'indiquer la nature de la variable figurant dans cette colonne,
- Un trait horizontal figure sous la dernière ligne
- aucun autre trait n'est utile, en particulier aucun trait vertical
- Les chiffres sont alignés par colonne : sur la droite (s'il s'agit d'entiers) ou sur la virgule (s'ils sont exprimés avec une décimale)
- Pour une même variable, le même nombre de décimales est employé
  - Par exemple, on ne présenterait pas une proportion de 14,4% pour une catégorie et 9% pour une autre. On choisirait 14% et 9% ou 14,4% et 9,0%
- Les totaux, s'il y a lieu, doivent être donnés
- Les unités de mesure doivent systématiquement être indiquées pour les variables quantitatives. Elles doivent figurer une seule fois à côté du nom de la variable
- En français, le séparateur décimal est la virgule, et non le point utilisé dans le système anglo-saxon.

Répartition selon l'âge des 402 sujets âgés de plus de 18 ans ayant participé à l'enquête « hypertension artérielle » du 19 au 21 avril 1999 à l'Ile Maurice

Tranche d'âge (ans)	Effectif	Fréquence en pourcentage	Fréquences cumulées en pourcentage
[18-28[	66	16,4	16,4
[28-38[	79	19,7	36,1
[38-48[	89	22,1	58,2
[48-58[	58	14,4	72,6
[58-68[	54	13,4	86,1
[68-78[	41	10,2	96,3
[78-88[	14	3,5	99,8
≥ 88	1	0,2	100,0
Total	402	100,0	

II.3. Graphiques ou figures

Graphiques

Pourquoi ?

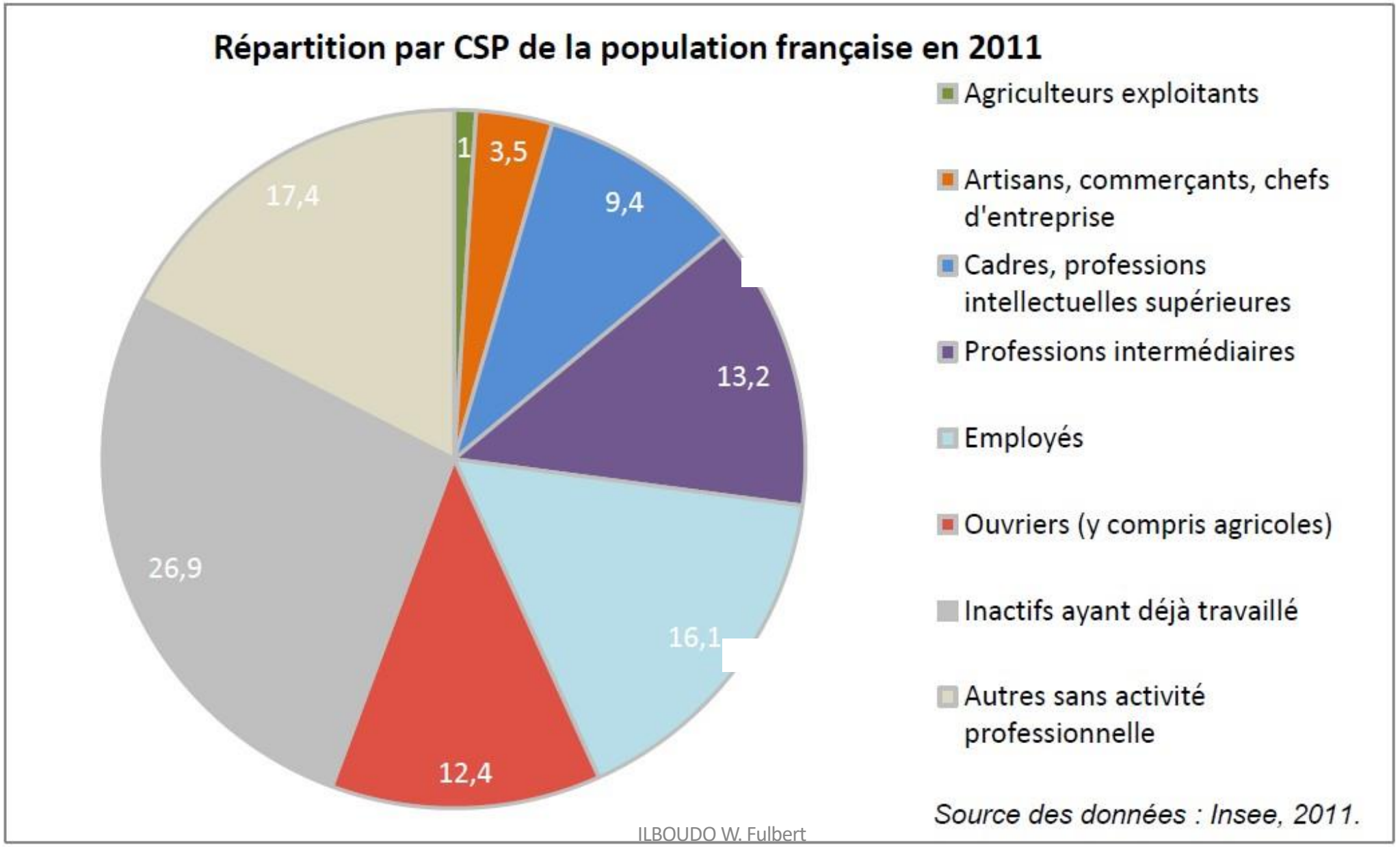
- Vient en complément des informations données dans le texte et les tableaux
- Met à la disposition du lecteur un document qui synthétise l'information
- Aide à visualiser l'information pertinente à retenir
  - Met en évidence un phénomène remarquable : contrastes ou tendances
- Le choix de réalisation d'un graphique repose essentiellement
  - le type de variable étudié
  - Le type d'information ou de contraste que l'on souhaite montrer

Variables qualitatives

Diagramme en secteur ou Camembert

- Utilisé pour représenter la répartition de variables nominales
- Consiste à partager la surface d'un disque proportionnellement à la surface de chaque modalité

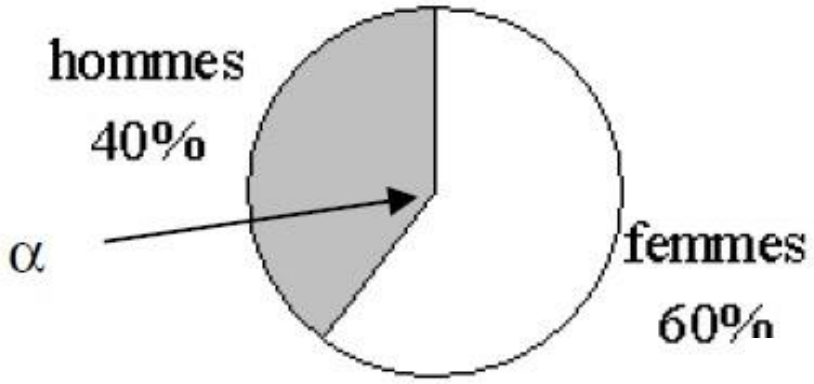
Camembert ou diagramme en secteur



Camembert ou diagramme en secteur

Fil rouge : Représentation de la répartition selon le sexe

La répartition selon le sexe des 402 sujets âgés de plus de 18 ans ayant participé à l'enquête « hypertension artérielle » du 19 au 21 avril 1999 à l'Ile Maurice sera construite afin que les surfaces représentant la proportion de femmes et la proportion d'hommes dans l'étude soient respectivement 60% et 40% de la surface du disque. (l'angle α est proportionnel à la fréquence d ...s et représente donc ici 40% de 360°, donc $\alpha = 0{,}40*360=144°$)



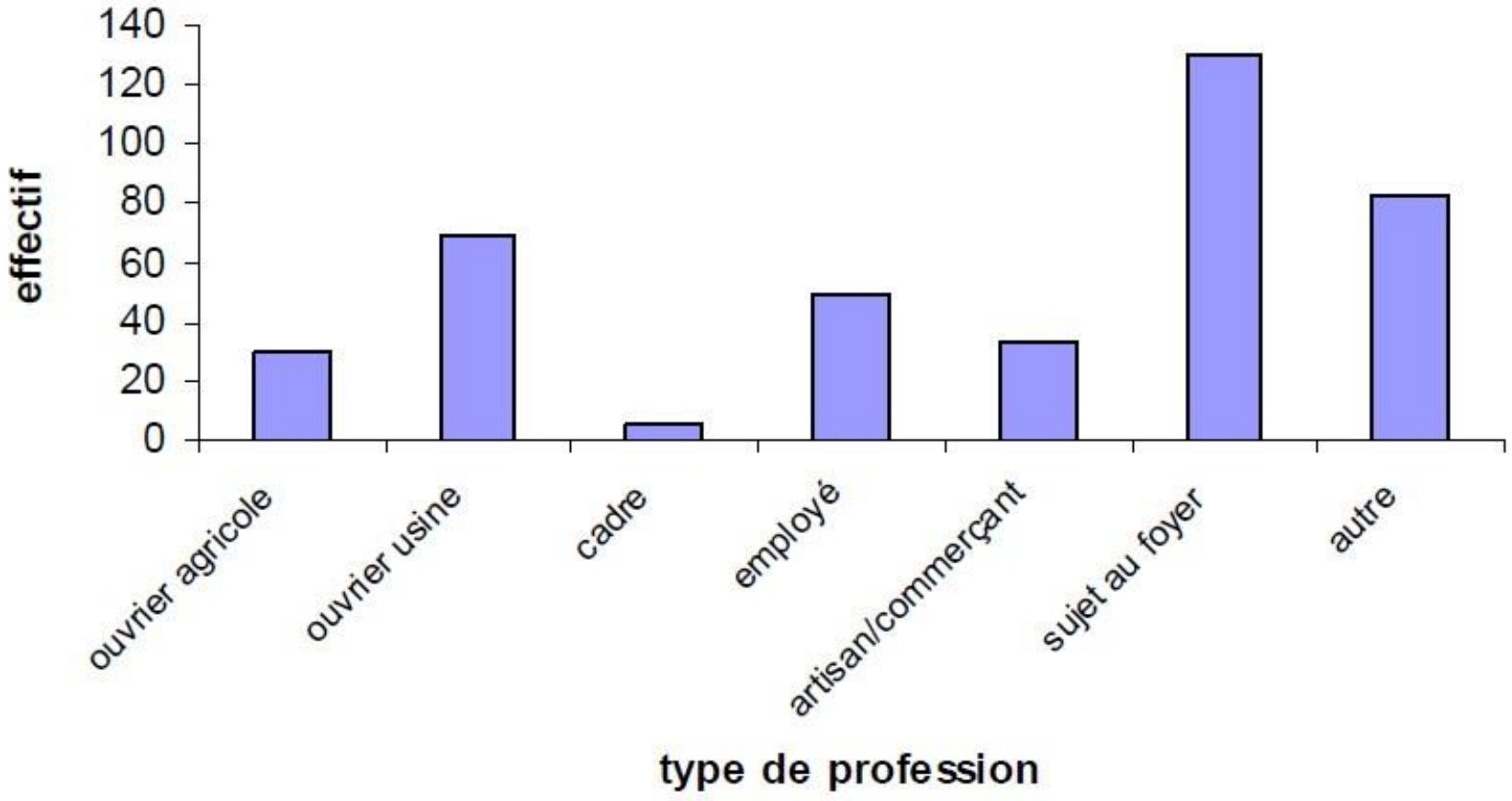
Graphique 1 : Répartition selon le sexe des 402 sujets âgés de plus de 18 ans ayant participé à l'enquête « hypertension artérielle » du 19 au 21 avril 1999 à l'Ile Maurice

Variables qualitatives

Diagramme en barres ou en bâtons

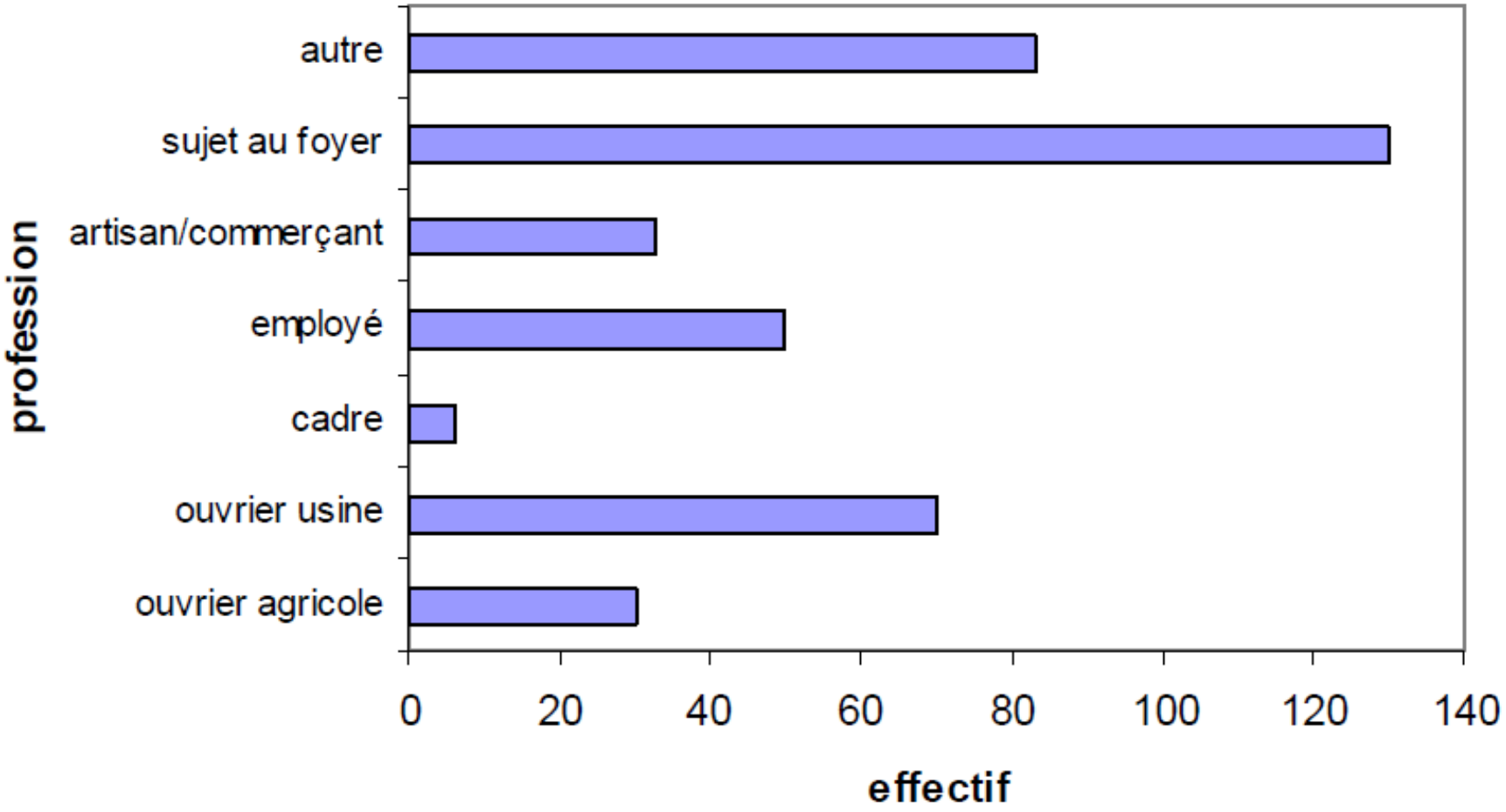
- Consiste à représenter l'effectif ou la fréquence de chaque modalité en répertoriant sur l'axe horizontal, appelé **axe des abscisses**, le nom des modalités et sur l'axe vertical, appelé **axe des ordonnées** les effectifs, ou les fréquences, de chaque modalité**.**
- La représentation peut aussi être inversée pour une meilleure lisibilité.

Diagramme en barres ou en bâtons



Graphique 3 : Répartition selon la profession des 402 sujets âgés de plus de 18 ans ayant participé à l'enquête « hypertension artérielle » du 19 au 21 avril 1999 à l'Ile Maurice

Diagramme en barres ou en bâtons



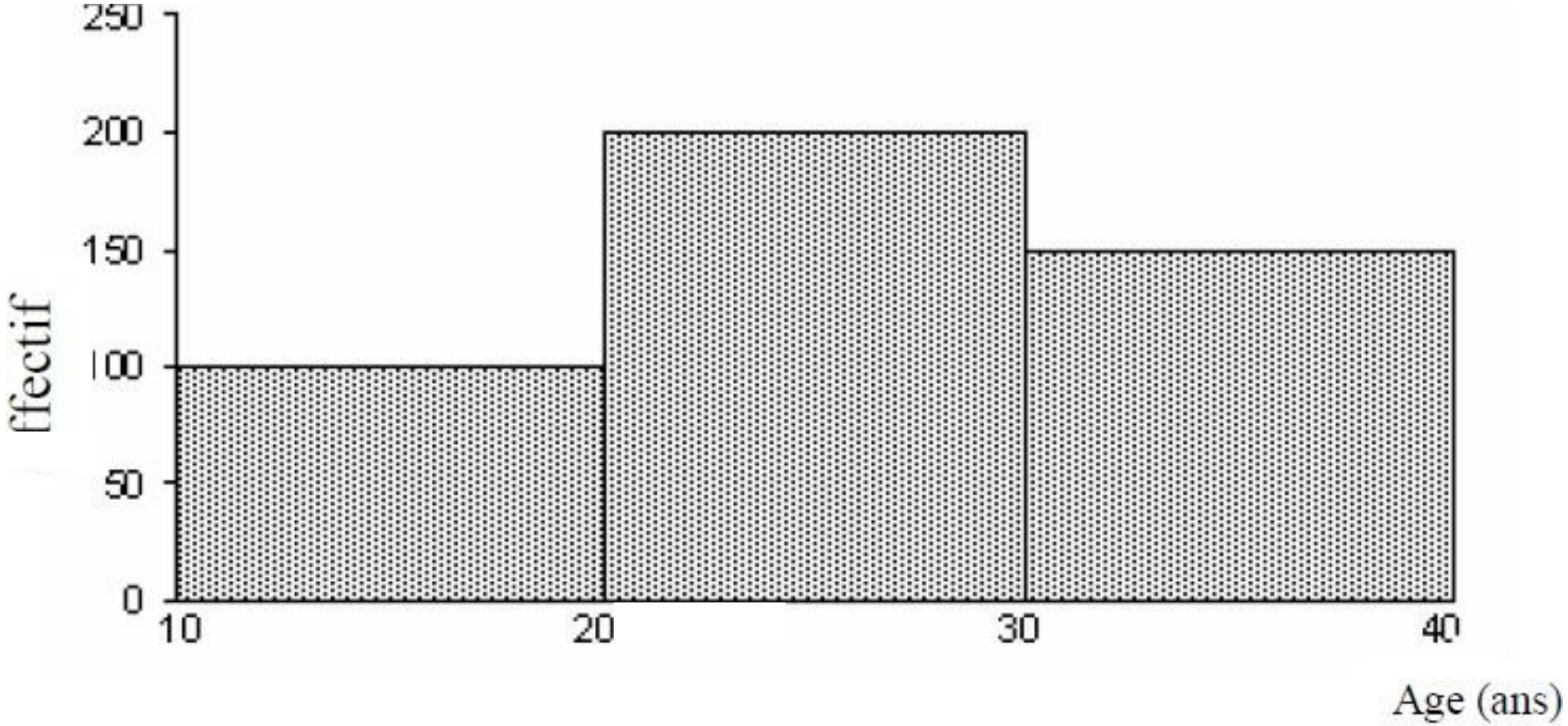
Graphique 4 : Répartition selon la profess 02 sujets âgés de plus de 18 ans ayant participé à l'enquête « hypertension artérielle » du 19 au 21 avril 1999 à l'Ile Maurice

Variables quantitatives continues

Histogramme

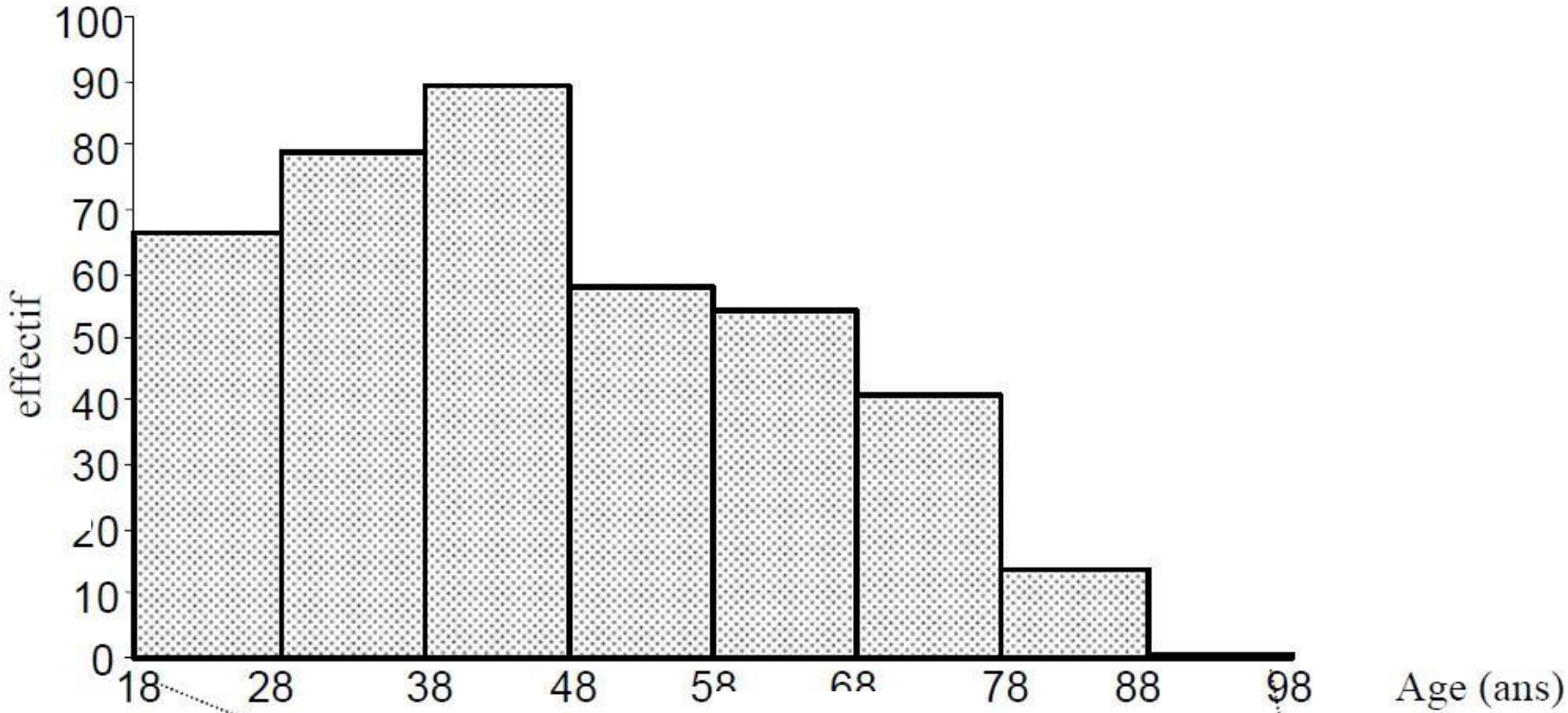
- Les valeurs des bornes minimales et maximales de la distribution doivent être connues et fixées à l'avance
- Consiste à représenter des rectangles accolés les uns aux autres
- La surface de chaque rectangle devant être proportionnelle à l'effectif des sujets compris dans l'intervalle
- il est nécessaire de définir l'amplitude des intervalles de regroupement, puis de déterminer la hauteur du rectangle pour conserver cette proportionnalité
- Afin de simplifier la lecture du graphique il est fortement conseillé d'utiliser des intervalles de même amplitude

Exemple : une étude réalisée auprès de 400 sujets ayant un âge compris entre 10 et 40 ans : 100 personnes ont une valeur comprise dans l'intervalle [10 ; 20[, 200 dans l'intervalle [20 ; 30[et 150 dans l'intervalle [30 ; 40[. Le second rectangle sera 2 fois plus haut que le premier et le troisième une fois et demi, car la base du rectangle est de même longueur.



Répartition de 400 sujets selon leur âge.

La répartition de l'âge est représentée en utilisant des intervalles d'amplitude de 10 ans.



Répartition des 402 sujets âgés de plus de 18 ans ayant participé à l'enquête « hypertension artérielle » du 19 au 21 avril 1999 à l'Ile Maurice selon leur âge

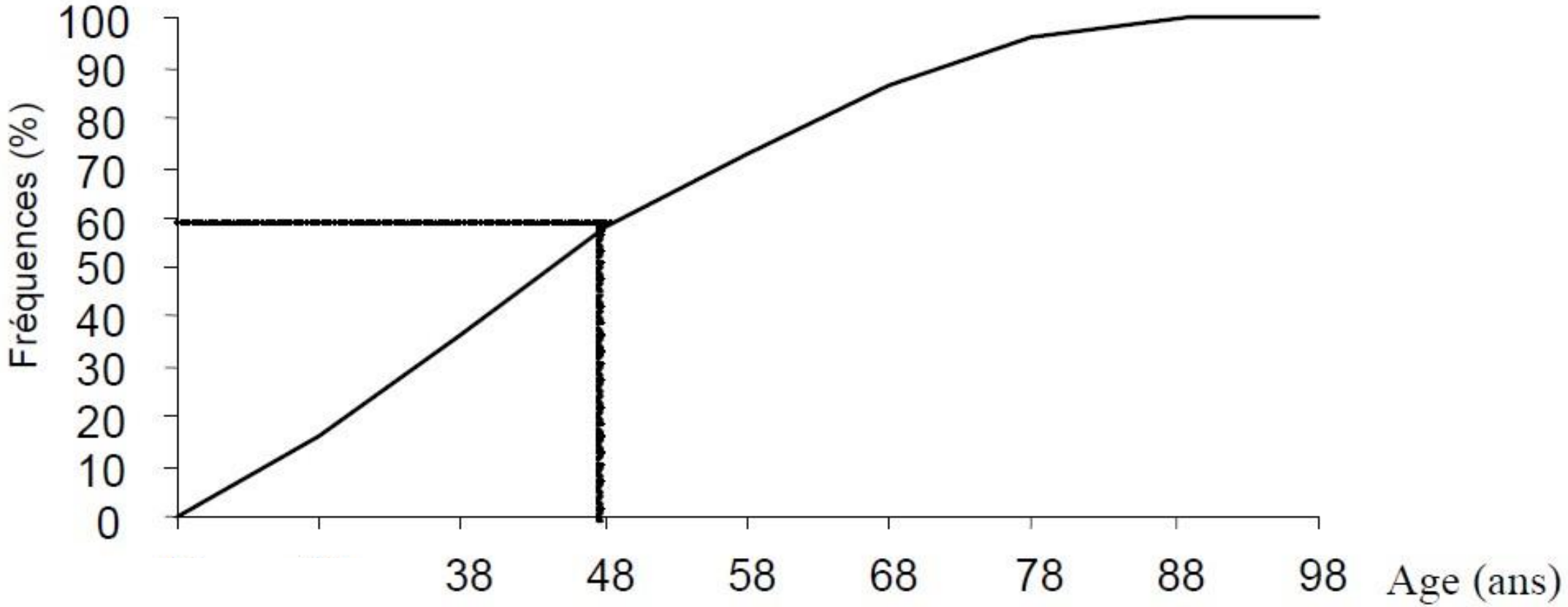
Commentaire : Les 402 sujets sont âgés de plus de 18 ans et de moins de 98 ans. 89 d'entre eux ont au moins 38 ans et moins de 48 ans, c'est à dire entre 38 et 48 ans.

Variables quantitatives continues

Polygones des fréquences cumulées

- la représentation graphique qui joint par des segments de droite les points ayant pour abscisse la borne supérieure de l'intervalle et pour ordonnée la fréquence cumulée correspondant à cet intervalle.
- Ce polygone a donc pour point de départ l'origine du graphique et pour point d'arrivée le point ayant pour abscisse la valeur maximale de la variable étudiée et pour ordonnée la valeur 1 (ou 100%) si l'on étudie les fréquences cumulées, ou la valeur n (effectiftotal) si on travaille avec les effectifs cumulés
- le polygone cumulé a la même forme qu'il représente les fréquences cumulées ou les effectifs cumulés.

NB: Ce type de figure peut également utilisé pour décrire une variable ordinale

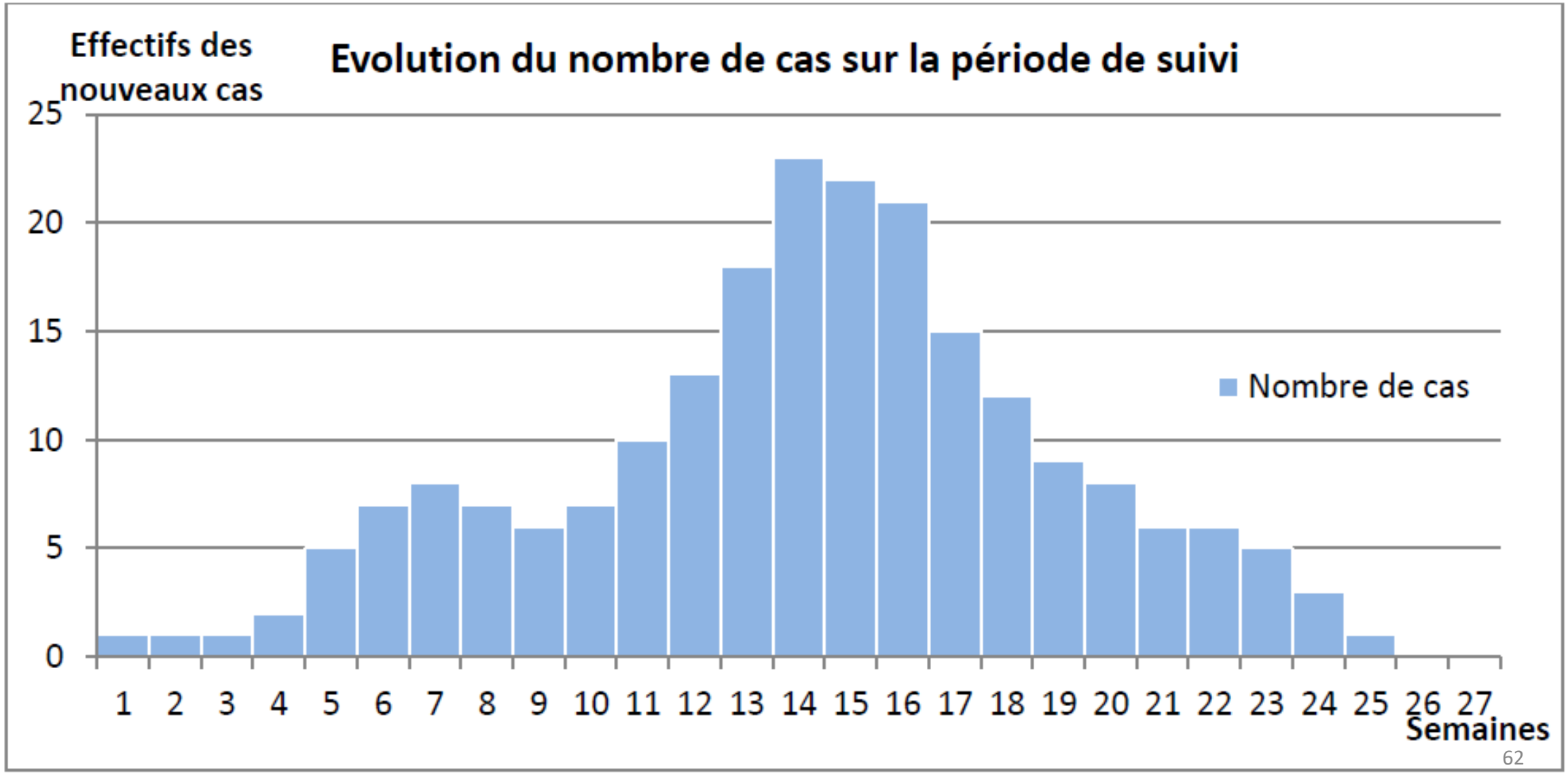


Répartition des 402 sujets âgés de plus de 18 ans ayant participé à l'enquête « hypertension artérielle » du 19 au 21 avril 1999 à l'Ile Maurice selon leur âge. Représentation par un polygone de fréquences cumulées

Commentaire : Un peu moins de 60% des 402 sujets ont moins de 48 ans.

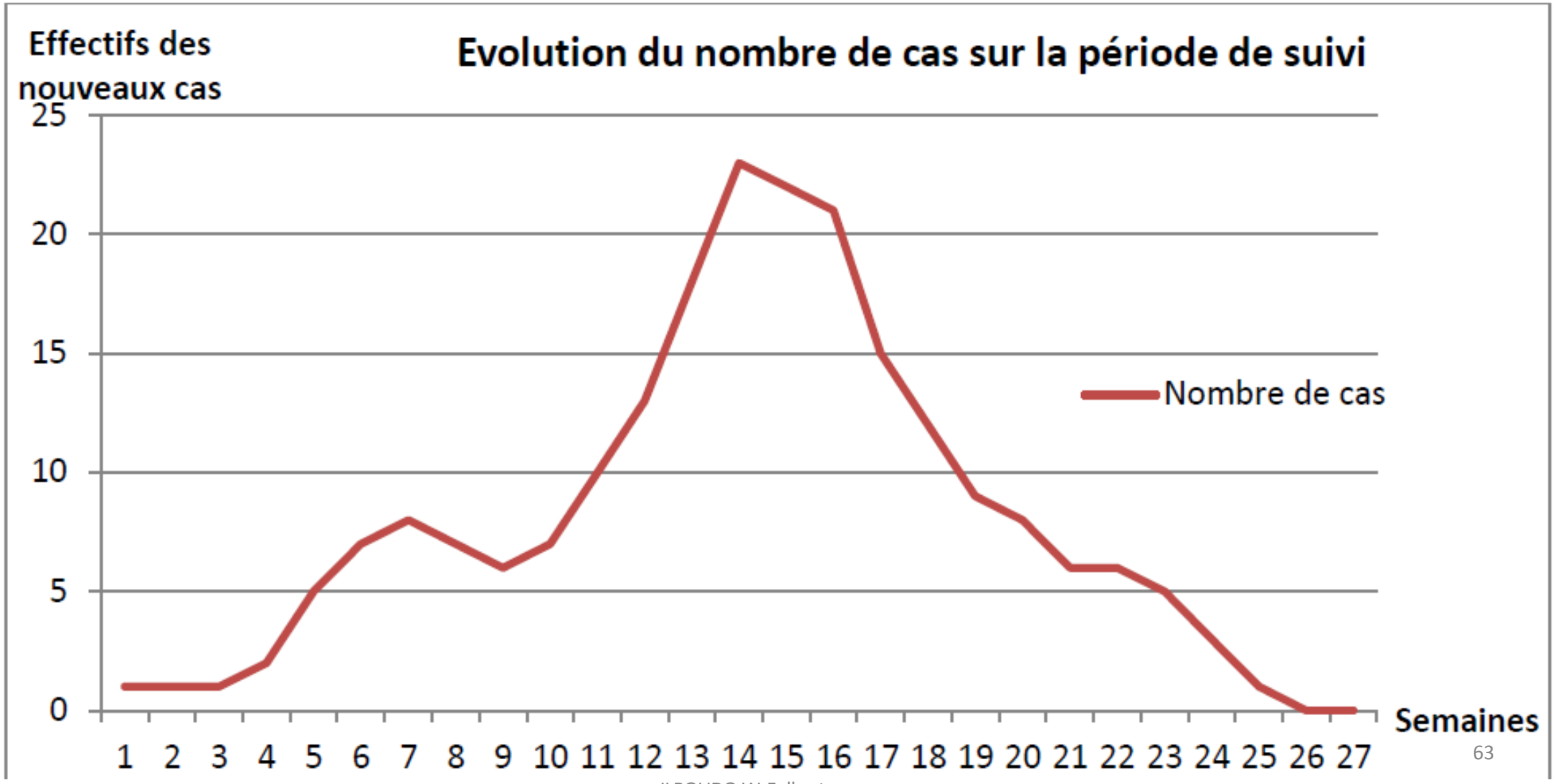
Variables quantitatives discrètes

Diagramme en barres ou diagramme en secteur



Variables quantitatives discrètes

Diagramme en barres ou diagramme en secteur



Merci pour votre attention

Documents ressources

1. François Dabis, Jean Claude Desenclos. Epidémiologie de terrain. Méthodes et applications 2017
2. Institut National de Veille Santitaire. Recommandations pour la représentation des résultats au DES. Juillet 2015
3. Jean Bouyer. Méthodes statistiques. Médecine-Biologie. 2017.
4. Thierry Ancelle. Statistique-Epidémiologie, 4ème édition. 2017.